Prozentrechnen

Ein Prozent ist ein Hundertstel, also der hundertste Teil einer Grösse (X : 100)

"Prozent" wird in der Schrift mit dem Zeichen % ausgedrückt.

Im Prozentrechnen gibt es die drei Begriffe

Prozentwert	Der Prozentwert ist die Angabe eines Teils des Grundwertes in der entsprechenden Einheit (nicht in "Prozenten"). Beispiel: Der Zins, der für ein Kapital ausbezahlt wird, in Franken (CHF).
Prozentsatz	Der Prozentsatz ist die Angabe eines Teils des Grundwertes in Prozenten (nicht in "CHF" usw.). Beispiel: Der Zins, der für ein Kapital ausbezahlt wird, in Prozenten (%).
Grundwert	Der Grundwert ist die Originalgrösse, oder die Basis, von dem der Prozentwert ausgerechnet wird, - oder eben: 100 Prozent. Beispiel: Das Kapital, von dem ein Zins berechnet wird (CHF).

Eine Zahl, von der man den Prozentwert ausrechnet, ist immer der Grundwert, also 100 %

Das Prozentrechnen wird stets mit Hilfe eines Dreisatzes ausgeführt.

In der Aufgabenstellung werden jeweils zwei der drei oben genannten Grössen aufgeführt sein, zum Beispiel der Grundwert und der Prozentsatz. Es gilt dann, die fehlende Grösse zu ermitteln (hier: den Prozentwert).

Möglicherweise werden in der Aufgabenstellung die eindeutigen Bezeichnungen wie "Prozentwert", "Prozentsatz" oder "Grundwert" nicht erwähnt sein. Diese müssen dann erst richtig erkannt werden.

Beispiel für die Berechnung des **Prozentwertes**

In einer Ortschaft mit 5000 Wahlberechtigten haben 36 % einen Wahlzettel in die Urne gelegt. Wieviele Personen sind das?

100 %			
1 %	$\frac{5000 \cdot 36}{100}$	=	1800 Personen
36 %			

"5000 Wahlberechtigte" sind hier der Grundwert, also 100 %.
"36 %" ist hier der Prozentsatz.
Gesucht wird somit der Prozentwert.

Der Dreisatz besteht in diesem Fall darin, dass zuerst ausgerechnet wird, wieviele Personen 1 Prozent ergeben (5000/100); danach wird berechnet, wieviel 36 mal der Wert von 1 Prozent ergibt - der Prozentwert.

Beispiel für die Berechnung des **Prozentsatzes**

Bei einer Geschwindigkeitskontrolle wurden 325 Fahrzeuge erfasst. 26 Fahrzeuge davon fuhren zu schnell. Wieviele Prozente sind dies? (Welchem Prozentsatz entspricht dies?)

325 Fahrzeuge			
1 Fahrzeug	$\frac{100 \cdot 26}{325}$	=	8 %
26 Fahrzeuge			

"325 Fahrzeuge" sind hier der Grundwert, also 100 %.
"26 Fahrzeuge" sind hier der Prozentwert.
Gesucht wird somit der Prozentsatz.

Der Dreisatz besteht in diesem Fall darin, dass zuerst ausgerechnet wird, wieviel Prozent (oder Bruchteil eines Prozents) 1 Fahrzeug entspricht (100/325); danach wird berechnet, wieviel 26 mal der Prozentsatz eines Fahrzeuges ergibt - der Prozentsatz.

Beispiel für die Berechnung des **Grundwertes**

**Ein Bau kostete CHF 855'000.--. Dies sind 90 % der budgetierten Summe.
Von welchem Betrag wurde ausgegangen?**

90 %			
1 %	$\frac{855'000 \cdot 100}{90}$	=	CHF 950'000
100 %			

"CHF 855'000.--" ist hier der Prozentwert.
"90 %" ist hier der Prozentsatz.
Gesucht wird somit der Grundwert.

Der Dreisatz besteht in diesem Fall darin, dass zuerst ausgerechnet wird, wieviele Franken 1 Prozent ergeben (855000/90).; danach wird berechnet, wieviele Franken 100 Prozent ergeben - der Grundwert.

Prozent "im Hundert" oder "auf Hundert"

Ein Wert, den man als Grundwert betrachten könnte, also als 100 %, muss nicht in jedem Fall diese 100 % darstellen (nur, weil es "der grosse Betrag" ist). Es kommt vor, dass ein solcher Wert ein "verkleinerter" oder "vergrösserter" "Grundwert" ist, also weniger oder mehr als 100 % umfasst, also bereits ein "Prozentwert" ist.

Es gilt dann, die Originalgrösse, also den Grundwert, 100 %, zu ermitteln. Die Formeln, die in diesen Fällen angewendet werden, sind die selben.

Beispiel für die Prozentrechnung "**im Hundert"**

Nach Abzug von 3 % Skonto ergibt sich eine Zahlung von CHF 485.--.
Wie hoch war die Rechnung ursprünglich?

97 %	
1 %	$\frac{485 \cdot 100}{97}$ = CHF 500
100 %	

Die Zahlung eines kleineren Betrages als der Rechnungsbetrag entspricht gleichzeitig einem kleineren Prozentsatz als 100 %.

Die Zahlung muss hier somit als 97 % des Grundwertes betrachtet werden.

Um den Grundwert zu ermitteln, muss von 97 % über 1 % auf 100 % geschlossen werden.

Die angewandten Prozentsätze liegen in der Grössenordnung von 100 und weniger.
Deshalb wird hier von Prozentrechnen "im Hundert" gesprochen.

Beispiel für die Prozentrechnung "**auf Hundert"**

Nach einem Preiszuschlag von 15 % ergibt sich ein neuer Preis von CHF 782.--.
Wie hoch war der ursprüngliche Preis?

115 %	
1 %	$\frac{782 \cdot 100}{115}$ = CHF 680
100 %	

Die Zahlung eines grösseren Betrages als der ehemals günstigere Preis entspricht gleichzeitig einem grösseren Prozentsatz als 100 %.

Die Zahlung muss hier somit als 115 % des Grundwertes betrachtet werden.

Um den Grundwert zu ermitteln, muss von 115 % über 1 % auf 100 % geschlossen werden.

Die angewandten Prozentsätze liegen in der Grössenordnung von 100 und mehr.
Deshalb wird hier von Prozentrechnen "auf Hundert" gesprochen.

Betrachtung I für die kaufmännische Anwendung

Die Erfahrung zeigt, dass viele Studierende, die mit dem Rechnerischen sowieso Mühe haben, gerade bei der **Berechung des Prozentsatzes** immer wieder scheitern. Entweder erkennen sie nicht, dass in einer Arbeit eben gerade die Berechnung des Prozentsatzes verlangt wird oder/und sie erinnern sich nicht mehr an die Formel für die Berechung des Prozentsatzes.

Wenn in einer Arbeit verlangt wird, "etwas in Prozenten von etwas anderem" auszudrücken, ist damit ganz einfach die Berechnung des Prozentsatzes gemeint.

Dies kommt zum Beispiel im Kapitel Betriebsabrechnungsbogen/BAB immer wieder vor. Aus diesem Grund wird hier ein gekürzter Ausschnitt aus der Theorie dieses Kapitels wiedergegeben:

Die Materialgemeinkosten sollen *in Prozenten der Einzelmaterialkosten* umgelegt werden

In diesem Beispiel sind Einzelmaterialkosten von 20 entstanden, die Materialgemeinkosten betragen 30.

Es wird nun zuerst festgestellt, wieviel die Materialgemeinkosten in Prozenten der Einzelmaterialkosten sind:

$$\text{MGK-Umlagesatz} = \frac{\text{Materialgemeinkosten} \cdot 100}{\text{Einzelmaterialkosten}} = \frac{30 \cdot 100}{20} = \underline{\underline{150\ \%}}$$

Das weiter oben angesprochene "etwas" entspricht hier also den Materialgemeinkosten, das ebenfalls angesprochene "andere" entspricht den Einzelmaterialkosten.

Das Ergebnis der obigen Formel ist ein Prozentsatz (also %, keine CHF oder sonstige Einheit), es handelt sich also ganz einfach um die Formel für die Berechnung des Prozentsatzes, wie sie auf der Seite 2 dieses Kapitels vorgestellt wird.

Dort wird gefragt, wie viel Prozent 26 von 325 ist:

325 Fahrzeuge	
1 Fahrzeug	$\frac{100 \cdot 26}{325} = 8\ \%$
26 Fahrzeuge	

(Ob man etwas mal 100 multipliziert, oder ob man 100 mal etwas multipliziert kommt auf das selbe heraus. Darum dürfen die beiden Formeln auf dieser Seite ohne weiteres miteinander verglichen werden.)

Als praktische Hilfe zur Lösung solcher Arbeiten sei hier nun folgendes Sprüchlein als Eselsbrücke wiedergegeben:

"**Öppis in Prozänt vom andere isch öppis mal hundert durchs andere**"
(Etwas in Prozent vom anderen ist etwas mal hundert durch das andere)

Im obigen Beispiel führt dies zu folgender Berechnung

"Materialgemeinkosten mal hundert durch Einzelmaterialkosten", also 30 x 100 : 20 (= 150 %)

Ist dieser Schritt einmal vollzogen worden, liegt der Prozentsatz vor. Mit dem Prozentsatz kann dann weiter gearbeitet werden, zum Beispiel kann ein verlangter Wert in CHF ausgerechnet werden.

Dazu wird eine andere Formel verwendet, nämlich die Formel für den **Prozentwert** gemäss Seite 2. (Im oben angeführten Beispiel des BAB wird so 150 % von 4 ausgerechnet (4 : 100 x 150 = 6) und es wird 150 % von 16 ausgerechnet (16 : 100 x 150 = 24)

Betrachtung II für die kaufmännische Anwendung

Diese Betrachtung richtet sich wieder an ein Publikum, das mehr Freude an Zahlen und Formeln aufbringt. Sie beschäftigt sich mit der **Frage**, warum der Wert über dem Bruchstrich mit 100 multipliziert wird, und warum nicht der Betrag unter dem Bruchstrich durch 100 dividiert werden muss.

Nicht immer ist auf Anhieb erkennbar, welcher Dreisatz hinter einer Formel für den Prozentsatz steckt, wie dies auf Seite 2 dargestellt worden ist.

Im Beispiel des BAB in der vorangegangenen Betrachtung I hat sich die Formel ja lediglich wie folgt präsentiert:

$$\text{Prozentsatz} = \frac{\text{Materialgemeinkosten} \cdot 100}{\text{Einzelmaterialkosten}} = \frac{30 \cdot 100}{20}$$

Auf jeden Fall wird in einer solchen Aufgabenstellung jedoch die Frage gestellt, wieviel Prozent etwas von etwas anderem beträgt. Es liegt deshalb am nächsten, jenes "Etwas" durch ein Prozent des "Anderen" zu dividieren, um herauszufinden, wie oft dieses Prozent in jenem "Etwas" enthalten ist.

$$\text{Prozentsatz} = \frac{\text{Materialgemeinkosten}}{\left(\frac{\text{Einzelmaterialkosten}}{100}\right)} = \frac{30}{\left(\frac{20}{100}\right)} = \frac{30}{0.2} = \underline{\underline{150\ \%}}$$

Nun, diese Formel sieht rein optisch ganz anders aus, nicht wahr? Sie ist übrigens auch in Bezug auf den Rechenaufwand anders, sie ist nämlich komplizierter als die ganz oben dargestellte Formel, denn sie verlangt noch eine Division mehr (Einzelmaterialkosten durch 100). Diese zusätzliche Division ergibt den Wert von einem Prozent, durch den das oben angesprochene "Etwas" dividiert wird. Das Ergebnis dieser Formel ist jedoch völlig korrekt, denn 30 sind ja wirklich das Eineinhalbfache von 20, also 150 %.

Um dieses korrekte Resultat erreichen zu können, gibt es aber auch einen einfacheren Weg: Anstatt die Einheit unter dem Bruchstrich 100fach zu verkleinern, wird die Einheit über dem Bruchstrich 100fach vergrössert. Damit bleibt das Verhältnis der beiden Werte zueinander erhalten, und die Ausrechnung kann ohne Zwischenspeicherung eines Zwischenresultates (aus 20 : 100) in einem Zug durchgeführt werden:

$$\text{Prozentsatz} = \frac{\text{Materialgemeinkosten} \cdot 100}{\text{Einzelmaterialkosten}} = \frac{30 \cdot 100}{20} = \underline{\underline{150\ \%}}$$

Aus diesen Gründen stimmt die "Regel" immer noch:

"**Öppis in Prozänt vom andere isch öppis mal hundert durchs andere**"
(Etwas in Prozent vom anderen ist etwas mal hundert durch das andere)